

# AP SECONDE... Lundi 12 novembre 2018

## 2<sup>ème</sup> r problème : le carré magique de Dirichlet

### 1<sup>er</sup> temps : CHERCHER

Olivier Druet, directeur de recherche au CNRS de l'Institut Camille Jordan à Lyon présente en quarante minutes un jeu qui est un modèle simplifié d'un problème classique en mathématiques (le problème de Dirichlet).

Vous pourrez visionner chez-vous l'intégralité de la vidéo via le lien suivant : <http://video.math.cnrs.fr/carres-magiques-de-dirichlet/>

Dans cette vidéo, après une description et une introduction au jeu, le chercheur s'intéresse à l'origine historique du problème, puis à quelques questions qui émergent. Les réponses sont ensuite présentées en dernière partie, en s'appuyant en particulier sur un programme Scratch.



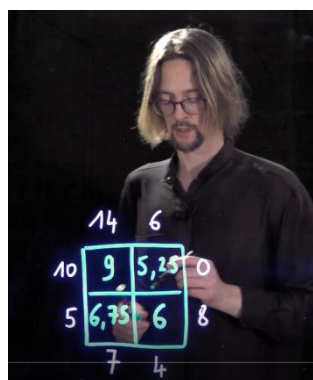
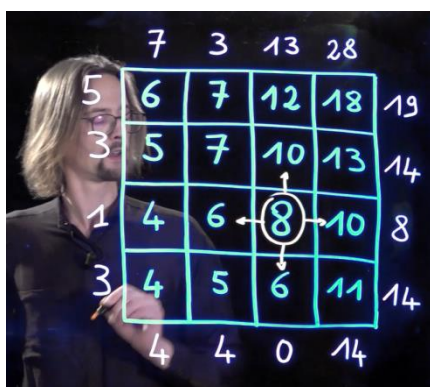
Comme il l'est indiqué sur le site, l'exposé peut être découpé et vu en plusieurs fois :

- ⌚ de 0' à 5' : introduction au problème se terminant par une énigme.
- ⌚ de 5' à 13'30" : origine historique du problème (pouvant donner des idées pour résoudre l'énigme).
- ⌚ de 13'30" à 16' : 3 questions autour de ces carrés.
- ⌚ de 16' à 20'15 puis de 20'15 à 26'42 : un outil mathématique fondamental, le principe du maximum, expliqué sur ce modèle simple. Cela permet de répondre à une des questions posées.
- ⌚ de 26'42" à la fin : comment remplir un carré de Dirichlet avec Scratch ?

**Dans cette séance d'AP,** nous allons nous intéresser à deux séquences de cette vidéo.

### 1<sup>er</sup> temps : CHERCHER-COMMUNIQUER

Visionnage des cinq premières minutes de la vidéo.



→ Comment pouvez-vous définir « un carré de Dirichlet »

### 2<sup>ème</sup> temps : CALCULER, RAISONNER

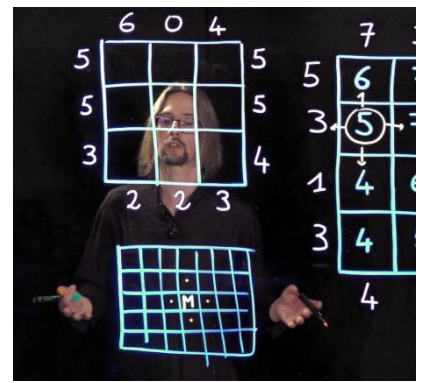
Les carrés ci-dessous sont-ils des carrés de Dirichlet ?

	14	6		7	10		
10	9	5,25	0	4	6	8	10
5	6,75	6	8	4	5	6	11
	7	4		4	0		

### 3<sup>ème</sup> temps : COMMUNIQUER

Visionnage de la vidéo [de 16' à 20'15](#)

- Comment pouvez-vous expliquer le principe du Maximum expliqué par le chercheur.
- Faites un schéma illustrant le principe du Minimum dans le cas du carré de Dirichlet.



### 4<sup>ème</sup> temps : CALCULER, RAISONNER

On se propose de montrer grâce au principe du Maximum, que :

« **Si un carré magique de Dirichlet admet une solution alors cette solution est unique.** »

Pour cela, nous allons nous appuyer, sans le visionner, sur le travail de M. DRUET dont voici ci-dessous une copie d'écran.

↳ Comment comprenez-vous cette copie d'écran ?

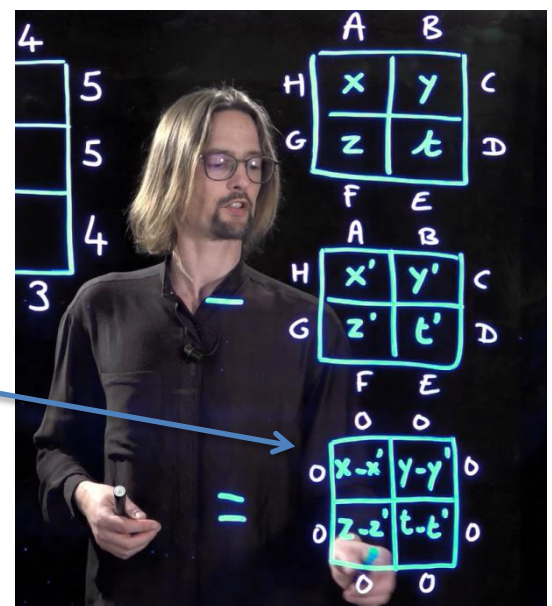
Répondre alors aux trois questions suivantes .

NB : On peut admettre la première question si on estime que c'est trop compliqué... Cette question est en effet d'un bon niveau.

↳ Démontrer que le 3<sup>ème</sup> carré est un carré de Dirichlet.

↳ Démontrer alors que  $X=X'$ ,  $Y=Y'$ ,  $Z=Z'$  et  $t = t'$ .

↳ En déduire la propriété sur l'unicité de la solution.



### 5<sup>ème</sup> temps : MODELISER, REPRESENTER

Pour aller plus loin, et si vous êtes curieux, n'hésitez pas à visionner chez vous toute la vidéo. Vous verrez, comment avec Scratch, le chercheur parvient à compléter des carrés de Dirichlet.

Vous pouvez également visionner le lien suivant qui est intéressant.

<https://www.youtube.com/watch?v=IbJaDZRfGUg>

Et/ou tester avec ce fichier flash.

<http://rdassonval.free.fr/flash/dirichlet.swf>

### 6<sup>ème</sup> temps : Lien avec le Parcours Avenir

Si vous voulez voir le CV d'un jeune chercheur, voici celui de M. DRUET.

<http://math.univ-lyon1.fr/homes-www/druet/cv.html>

Vous pourrez voir qu'il est essentiel d'être bilingue...