a-Ulm

Association des anciens élèves, élèves et amis de l'ENS
45 rue d'Ulm, 75230 Paris Cedex 05
Téléphone : 01 44 32 32 32 - Télécopie : 01 44 32 31 25 - Courriel : a-ulm@ens.fr

L'ARCHICUBE

est la revue semestrielle publiée par l'a-Ulm, Association des anciens élèves, élèves et amis de l'École normale supérieure. Dans son numéro 25 de décembre 2018, elle consacre un dossier de 200 pages à la question de :

FORMES

en faisant, comme toujours, appel à des spécialistes et chercheurs les plus variés, géographes, mathématiciens, physiciens, archéologues, neuroscientifiques, littéraires, philosophes ou biologistes …

Naissance des formes : l'exemple des plis

Yves Pomeau et Martine Le Berre

Quelle est la source "physique" des formes? Cette question peut-être abordée sous deux aspects : statique et dynamique. Dans le cas dynamique, la forme suit ou manifeste un mouvement, par exemple la seule vue de la chevelure d'une personne qui court ou danse suffit à rendre présents ces mouvements. Dans "La femme à l'ombrelle" de Monet, les plis de la robe, faisant écho à ceux des nuages emportés par le vent, introduisent subtilement l'impression d'une brise légère passant sur la scène. Les ombres et les lumières qui représentent les plis peuvent donner au spectateur l'envie de fouiller, de sonder plis et replis pour découvrir ce qui y est caché. Un autre superbe exemple de plis se trouve dans la partie inférieure du buste de Louis XIV par le Bernin, à Versailles, buste qui fera toujours regretter la mésentente ayant éloigné le grand sculpteur du grand roi.

Considérons d'abord les plis formés sur une surface souple initialement plane, puis en élargissant notre propos à des formes plus rigides où les plis observés résultent d'un équilibre entre contraintes.

Une surface initialement plane comme une étoffe, placée sur un support non plan ou de dimensions inférieures, atteindra un nouvel équilibre sous l'effet de forces antagonistes: une qui tend à la ramener à son état plan fondamental (sans flexion ni pliure), l'autre, en général la gravité, qui tend à l'en écarter.

1.Les plis dans l'art

Parmi les oeuvres géniales exposées au Louvre, deux au moins nous montrent les plis d'une toile initialement plane : le portrait de Richelieu par Philippe de Champaigne (1639) et les Pèlerins d' Emmaüs du Titien (1530).

Dans le portrait de Richelieu, le superbe triangle pourpre, chatoyant, qui monte vers le buste et la tête du cardinal, met en valeur son regard acéré. Le drapé de la Cappa magna apparait comme une écorce ultime révélant l'invisible, la puissance du personnage. Dans les Pèlerins d' Emmaüs, Le Titien a représenté avec une extraordinaire précision le damassé (invisible sur la reproduction) de la nappe au tombé vertical presque parfait. Cette nappe conserve néanmoins des plis qui indiquent qu'elle avait été repassée et rangée avant d'être étalée sur la table. Cette structure fonctionne comme un espace scénique autour duquel sont disposés les personnages.

Ingres s'est particulièrement intéressé à la texture des vêtements et des étoffes, qui reflète la classe sociale (toujours élevée) de ses personnages (voir Louise de Broglie vicomtesse d'Haussonville (1845, N.Y)). Ingres dessinait d'abord ses modèles nus, dans la position du futur tableau (souvent assis) et les habillait ensuite en prenant garde de bien représenter les plis des tissus, suscités par leur "interaction" avec le corps.

2. Mathématiques: Les plis comme problème de Géométrie intrinsèque.

Un fort ancien problème est celui de représenter la surface de la Terre sur une carte plane. C'est impossible sans déchirer cette surface. On ne peut faire de carte plane respectant les distances et les angles de la peau de la sphère. Cette représentation ne pourra respecter les distances mesurées sur cette surface, avec un coefficient de réduction unique. Différentes représentations sont utilisées pour les cartes. Certaines privilégient la conservation des aires (carte de Peter), d'autres la conservation des angles (carte de Mercator en projection cylindrique, très utile pour la navigation de l'époque classique puisqu'on savait essentiellement mesurer des angles avec la direction du nord)

La cartographie de la Terre se transforme en problème plus général de la description mathématique d'une surface plissée: comment appliquer une surface sur une autre en conservant les longueurs (isométrie)? Une question reliée serait : sous quelles conditions une surface développable "lisse" peut passer par une courbe (gauche) donnée? Ceci représente une version simplifiée de la question: comment caser une feuille de papier dans un volume fixé sans l'étirer ou la comprimer dans son plan?

En mathématiques, certaines parties des surface plissées sont étudiées tout particulièrement. Ce sont   les "singularités", qui apparaissent souvent sous forme des points formés à la jonction d'ondulations (ou d-cônes, cf infra), ou sous forme d' arêtes

Les singularités ainsi formées focalisent les contraintes, ce qu'on peut mettre en évidence par les traces irréversibles demeurant sur la surface une fois défroissée. Le repassage d'une étoffe utilise la déformabilité irréversible des fibres textiles chauffées pour éliminer ces traces. Néanmoins une étoffe repassée, puis pliée pour être rangée dans un placard, gardera trace de ces pliures (comme la nappe de la toile du Titien), traces marquant les endroits où les fibres ont été sollicitées au delà de leur limite élastique.

Comment un tissu, qui serait un plan parfait s'il n'était pas contraint, peut-il passer d'un plan à une configuration géométrique très éloignée de celle du plan sous l'effet de forces diverses (son propre poids, ou un poids extérieur équilibré par le frottement du tissus sur la table pour le tableau du Titien qui l'empêche de glisser et de tomber à terre), et retrouver sa forme initiale plane, sous l'effet de la chaleur (repassage) ? Y a t-il des restrictions aux formes que ce tissus peut prendre sans se déchirer?

La géométrie des surfaces permet de répondre à ces questions: elle est basée sur un concept fondamental, introduit par Gauss en 1826, la "courbure de Gauss" en un point d'une surface. Cette courbure est le produit des courbures principales en ce point (ce sont les courbures maximale et minimale en ce point). Sur la figure 10 les deux lignes (rouges sur la version couleur) ont des courbures sont de signe opposé.

Gauss après avoir découvert ce théorème le nomma theorema egregium - théorème remarquable, littéralement "qui sort du troupeau", un théorème qui peut se résumer ainsi: "la courbure de Gauss d'une surface est invariante par isométrie locale", elle est donc nulle pour une surface initialement plane que l'on force par des contraintes à changer de forme. Ceci implique qu'un des deux rayons de courbure principaux est infini sur un pli.

La déformation par un pli engendre une nouvelle surface, qui est *développable,* c'est à dire applicable sur le plan: elle conserve un réseau de droites dans le plongement dans l'espace. Ces droites peuvent aller d'un bout à l'autre de la surface déformée par la pliure, mais ce n'est pas toujours le cas. Par exemple si on froisse fortement une feuille de papier pour la faire tenir dans la main, elle se déforme en une surface bien trop compacte pour qu'une droite puisse la traverser d'un coté à l'autre, il se forme des points singuliers où la droite est stoppée, c'est une demi-droite (voir aussi les deux coins de la nappe du Titien). La solution compatible avec le caractère de surface développable de la feuille froissée et cette impossibilité de contenir une droite conduit à ce qu'on appelle un *d-cône*. C'est un point conique sur la surface, point d'où est issu un faisceau de génératrices rectilignes, qui ne vont donc pas à l'infini "des deux cotés". Sur un d-cône, un cercle quelconque de rayon R a toujours pour périmètre 2 pi R, y compris lorsque le centre de ce cercle est au sommet du cône, ce qui n'est pas vrai en général pour un cône.

Depuis toujours la confection des vêtements est confrontée au theorema egregium, puisqu'il est difficile de couvrir "sur la peau" le corps humain avec un tissu initialement plat. Les rondeurs du corps ne sont pas de courbure de Gauss nulle: cette difficulté explique (en partie seulement nous dit-on) le recours à des mannequins quasi squelettiques, ce qui évite la formation de plis malvenus lors des défilés de mode.

Que conclure? Depuis le livre fameux de d'Arcy Thompson et sans doute bien avant, on se pose la question du lien entre formes observées et lois de la physique qui en sont à l'origine, question aux multiples réponses dépendant de la situation précise considérée. Nous avons donné quelques exemples où l'on peut “répondre” de façon, nous l'espérons, assez claire, sinon convaincante, à cette question.

L E D O S S I E R

FORMES

………..

Bulletin de commande du numéro

NOM Prénom :
Si besoin nom de l'établissement :
N° et rue :
Code postal : Ville :
Chèque de 20 € (abonnement pour un an, soit 2 numéros) ◻
ou 12 € (pour le seul numéro 23) ◻
Prix à fixer pour toute commande dépassant 10 numéros
à l'ordre de l'A-Ulm et à faire parvenir à l'adresse ci-dessus